

Spolehlivost konstrukcí

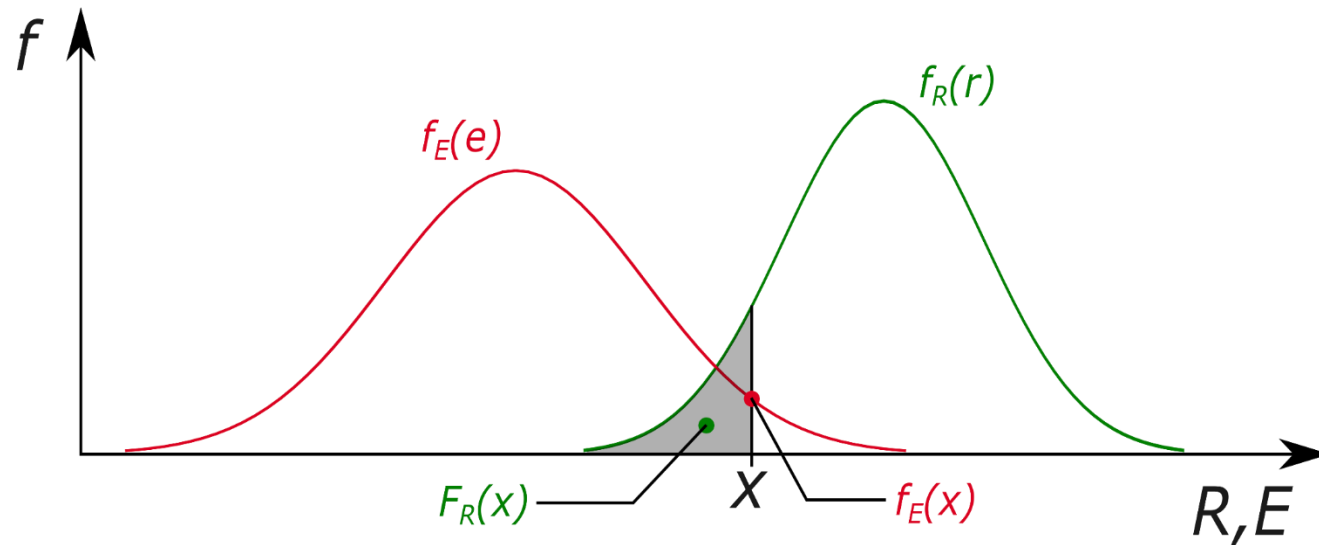
CVIČENÍ 5: SIMULAČNÍ METODA MONTE CARLO



Stanovení pravděpodobnosti poruchy

- Analyticky
- Numericky
 - **Simulační metody typu Monte Carlo** (výpočetně velmi náročné)
 - Aproximační metody (zjednodušení výpočtu)

$$P_f = \int_{-\infty}^{\infty} d_{pf} = \int_{-\infty}^{\infty} f_E(x) \cdot F_R(x) dx$$

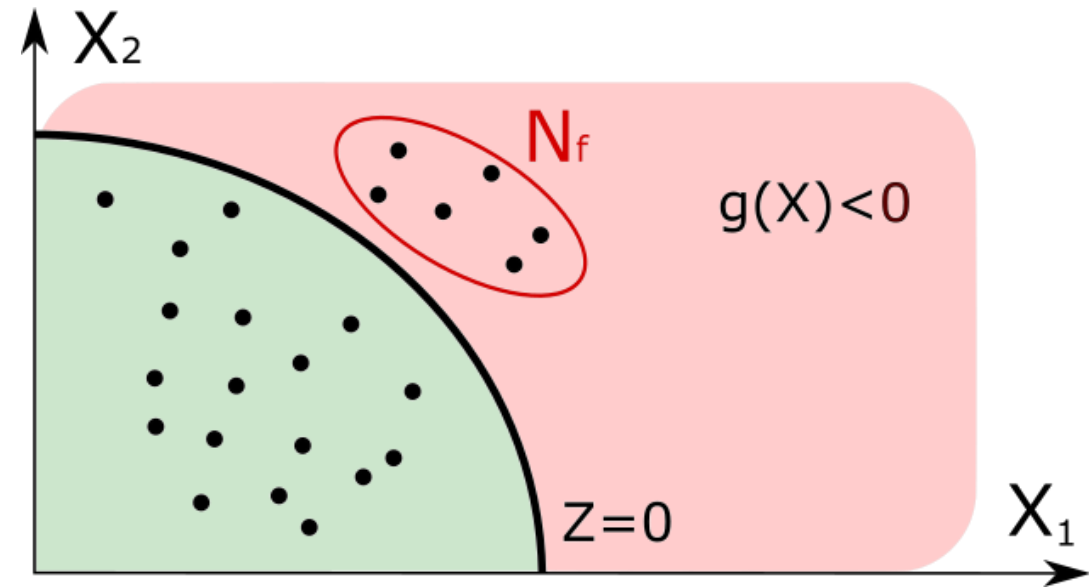




Simulační metoda Monte Carlo

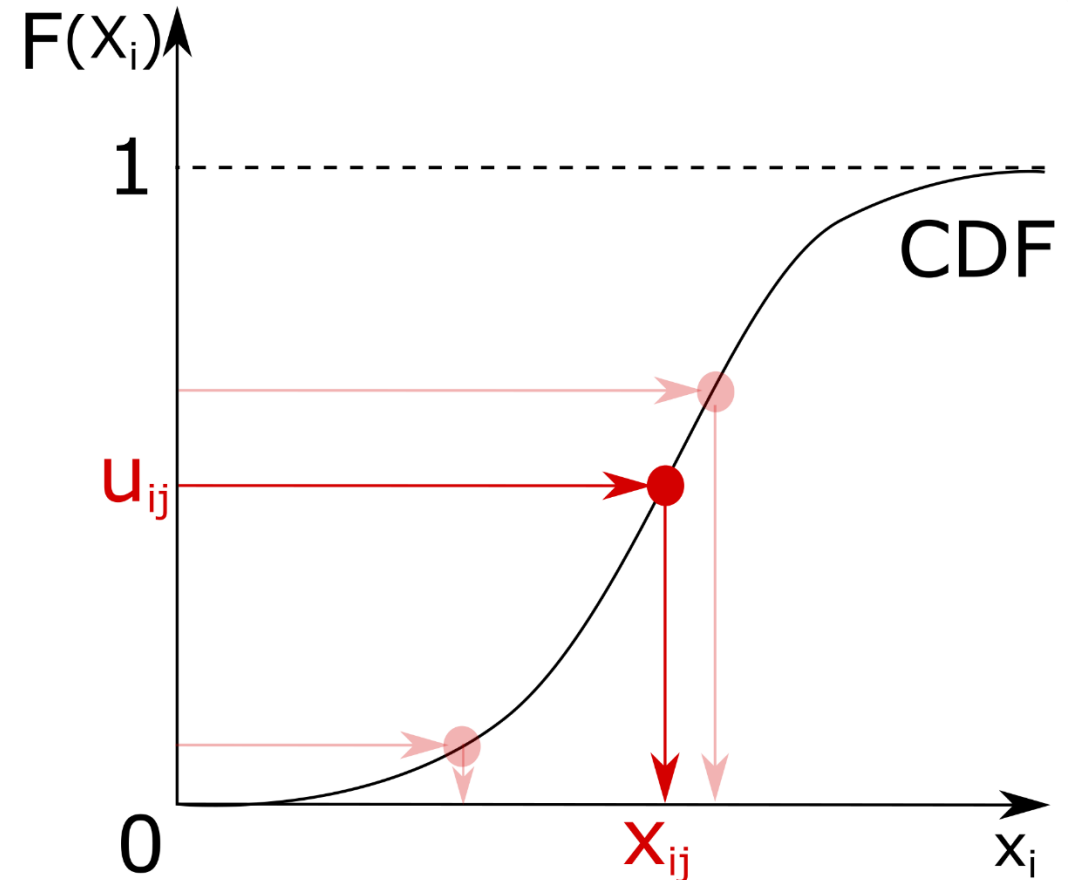
- Využívá se pro výpočet vícerozměrných integrálů, či simulací experimentů
- V našem případě pro výpočet pravděpodobnosti poruchy
- Opakování výpočtu matematického modelu (pokusu) s náhodně vygenerovanými vstupy
- Dle **zákona velkých čísel** je při velkém množství nezávislých pokusů možné téměř jistě očekávat, že se bude relativní četnosti blížit pravděpodobnosti poruchy

$$P_f \approx \frac{N_f}{N_{tot}} \quad CoV_{P_f} = \frac{1}{\sqrt{N_{tot} \cdot P_f}}$$



Princip metody Monte Carlo

1. Generování N (pseudo)náhodných čísel u_{ij} na intervalu $(0,1)$
2. Pomocí inverzení distribuční funkce stanovení N jednotlivých realizací i -té náhodné veličiny x_{ij}
3. Využití realizací pro vyčíslení matematického modelu $G(\mathbf{X})$
4. Stanovení počtu simulací N_f pro které došlo k „poruše“ ($G < 0$)
5. Odhad pravděpodobnosti poruchy

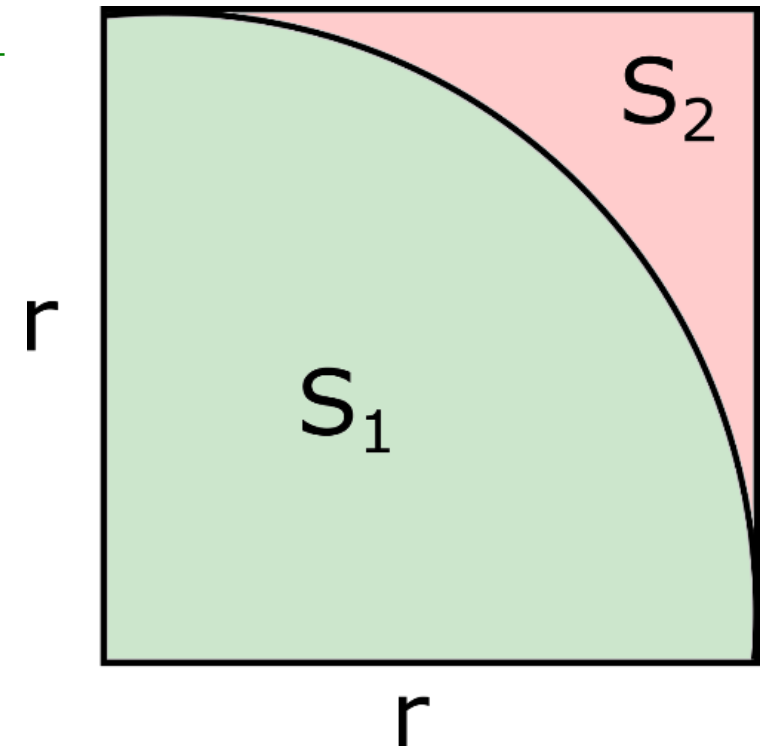




Příklad 1. Odhad Ludolfova čísla π

Stanovte bodový odhad Ludolfova čísla pomocí metody Monte Carlo s využitím jednotkového čtverce a kruhové výseče, viz obrázek.

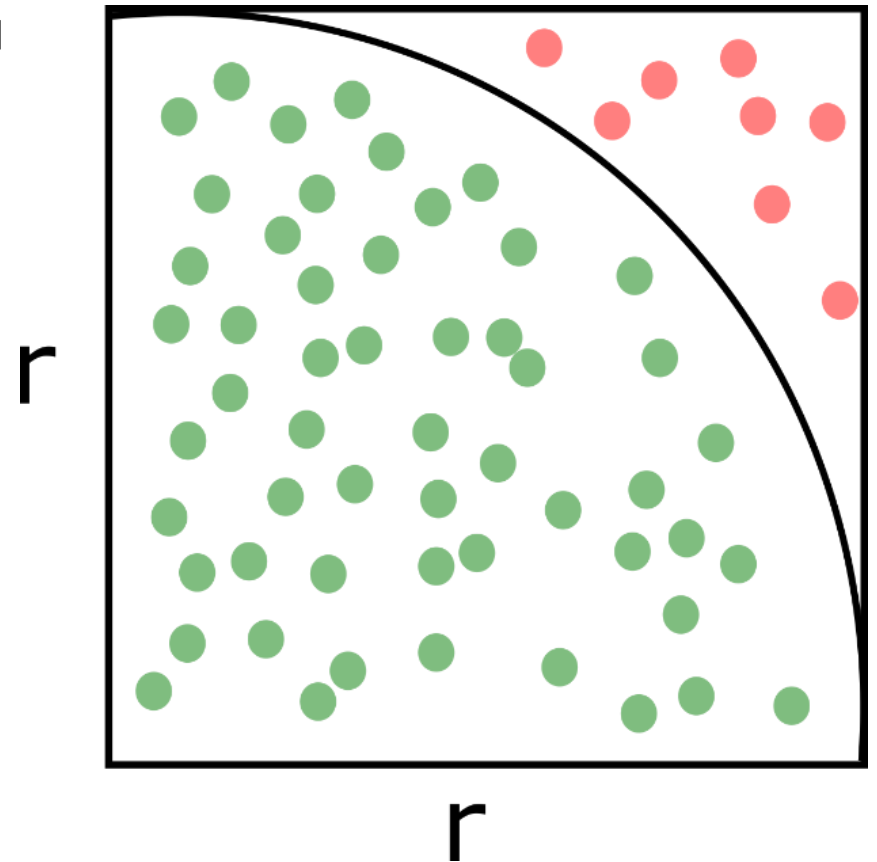
1. Pravděpodobnost, že náhodně vybraný bod bude patřit do S_1 (obecně)
2. Provést sérii náhodných pokusů pomocí excelu: NÁHČÍSLO
3. Definice sledované podmínky
4. Odhad pravděpodobnosti že náhodně vybraný bod bude patřit do S_1 (číselně)
5. Odhad π





Příklad 1. Odhad Ludolfova čísla π

6. Odhad Ludolfova čísla pro různý počet pokusů (1000,5000,10000)
7. Vykreslení jednotlivých bodů pro všechny varianty





Příklad 2. Stanovení p-sti poruchy

Stanovte pravděpodobnost poruchy pro zadanou funkci poruchy a dané vstupní veličiny. Využijte metody Monte Carlo a stanovte Cornellův index spolehlivosti.

$$G = Y - X^2 + 1$$

X	Rozdělení	μ	σ
X	Gaussovo	1	3
Y	Gaussovo	4	4

1. Odhad p-sti poruchy pomocí metody Monte Carlo (1000 pokusů)
2. Stanovení indexu spolehlivosti dle Cornella na základě MC a analyticky



Příklad 3. Radar

Je známo rozdělení polohy $[x,y,z]$ letícího letadla kolem radaru s poloměrem dosahu $r=7m$. Jaká je pravděpodobnost, že radar letadlo zachytí? Denně proletí 50 letadel a analyzuje se 20 dní.

$$G = R^2 - (X^2 + Y^2 + Z^2)$$

X	Rozdělení	μ	σ
X	Gaussovo	1	2
Y	Gaussovo	2	3
Z	Gaussovo	3	2